

БЛАНК ЗАДАНИЙ
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по экономике
Регион Кемеровская область-Кузбасс 2023/24 уч. год
10-11 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить тестовое и теоретическое задания.

– Время на выполнение заданий тестового раунда – 70 минут, теоретического – 110, всего – 180 минут.

– Титульный лист бланка ответа на тесты подписывается школьником разборчивым почерком с указанием Ф.И.О. участников в именительном падеже, на самом бланке пометки не допускаются.

– Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным

– Черновики не рассматриваются при проверке

– Работа должна быть выполнена только ручкой

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

– не спеша, внимательно прочитайте задание и уясните суть вопроса;

– после выполнения всех предложенных заданий еще раз проверьте правильность ваших ответов;

– не позднее чем за 20 минут до окончания времени работы начните переносить решение задач в бланк ответов;

– если потребуется корректировка ответа, то неправильный вариант ответа зачеркните крестиком и рядом напишите новый.

Задание считается выполненным, если Вы вовремя сдаете его членам жюри.

Задание включает 4 задачи. Необходимо привести наиболее полное и обоснованное решение каждой из них.

Итого по задачам можно набрать **58 баллов**.

Задача 1. (16 баллов)

В Пряничной стране издавна существует традиция изготовления пряников, и ее жители потребляют только пряники. Правительство страны получило возможность производить кексы, причем, согласно расчетам, кривая производственных возможностей выглядит как: $P^2 + K^2 = 1600$; $P, K \geq 0$, где P – кол-во пряников, K – кол-во коржей. Правительство страны может обменивать с другими странами каждые 3 коржа на 4 пряника.

А) Определите, сколько пряников потребляют жители страны в случае отсутствия торговли.

Б) Определите, сколько пряников потребляют и сколько коржей производится в стране в случае международной торговли.

Решение:

А) В базовом случае, максимальное производство пряников:

$$P^2 + 0^2 = 1600 \text{ (2 балла)}$$

$$P^2 = 1600$$

$$P = \sqrt{1600} = \pm 40$$

Поскольку $P \geq 0$, то $P = 40$ (2 балла)

Ответ: 40 пряников в случае отсутствия торговли.

Б) Если соотношение производства одной единицы коржей к одной единицы пряников превышает международный обмен, тогда нет смысла производить и обменивать коржи.

Запишем отношение производства коржей к пряникам как:

$$\frac{P_K^d}{P_P^d} \leq \frac{P_K^t}{P_P^t}$$

Где P^d – стоимость производства внутри страны, P^t – цена международного обмена.

Стоимость производства единицы коржей зависит от кол-ва производимых пряников (т.е. в каждой точке кривой производственных возможностей будет свое соотношение обмена).

Выразим кол-во K :

$$K = \sqrt{1600 - P^2} \text{ (2 балла)}$$

$$\frac{P_K^d}{P_P^d} = \frac{K}{P} = \frac{\sqrt{1600 - P^2}}{P}$$

$$\frac{\sqrt{1600 - P^2}}{P} \leq \frac{P_K^t}{P_P^t}$$

$$\frac{\sqrt{1600 - P^2}}{P} \leq \frac{4}{3}$$

$$3\sqrt{1600 - P^2} \leq 4P$$

$$9(1600 - P^2) \leq 16P^2$$

$$14400 - 9P^2 - 16P^2 \leq 0$$

$$-25P^2 + 14400 \leq 0$$

$$P^2 \geq 576$$

$$P \leq -24, P \geq 24$$

Получается, что при производстве $24 \leq P \leq 40$ (40 – максимум), международный обмен будет выгодным. **(3 балла)**

Функция обмена $P = \frac{4}{3}K$ – линейная, ее максимум будет в точке максимального K.

Максимальное производство K будет при минимальном P:

$$K_{max} = \sqrt{1600 - 24^2} = \sqrt{1024} = 32 \text{ (3 балла)}$$

Тогда потребление P:

$$P_{пот} = 24 + \frac{4}{3} \cdot 32 = 66\frac{2}{3} \text{ (4 балла)}$$

Ответ: K = 32, P = 66,67.

Задача 2. (20 баллов)

Фирма производит сувенирную продукцию – магниты с изображением различных достопримечательностей города. Для изготовления магнитов фирма утилизирует производственное помещение и линию производства на станках, - аренда помещения и станков обходится фирме в 2500 ден. ед. в месяц. Кроме того, расходы на производство каждого первого магнита в месяц составляют 3 ден. ед., а на производство каждого дополнительного магнита – на 2 ден. ед. больше предыдущего. Например: стоимость производства 1-го магнита – 3, 2-го – 5, 3-го – 7.

А) Сколько магнитов будет выпускать фирма, если цена одного составляет 100 ден. ед.?

Фирма не может повлиять на рыночную цену магнитов.

Б) Фирма может заключить контракт долгосрочный контракт аренды, таким образом снизив ежемесячные затраты на 100 единиц.

Решение:

А) Представим, как могут выглядеть суммарные издержки для данной фирмы:

$$TC = 3 + 5 + 7 + 9 + \dots$$

Можно заметить, что величина издержек каждой единицы продукции представляют собой элементы арифметической прогрессии:

$$S_n = 3 + 5 + 7 + 9 + \dots \text{ (2 балла)}$$

Причем, ее n-ый член:

$$a_n = a_{n-1} + d$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d,$$

где, из условия, $d = 2$, также $a_1 = 3$.

Сумму n членов арифметической можно найти по формуле:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n \text{ (3 балла)}$$

В контексте задачи получаем:

$$VC(Q) = \frac{2 \cdot VC_1 + (Q - 1) \cdot \Delta VC}{2} \cdot Q = \frac{2 \cdot 3 + (Q - 1) \cdot 2}{2} \cdot Q = Q^2 + 2Q,$$

где $VC_1 = 3$ – издержки 1-ой ед. продукции,

$\Delta VC = 2$ – увеличение стоимости производства каждой последующей единицы продукции,

Q – количество продукции (магнитов).

Тогда общие издержки:

$$TC(Q) = Q^2 + 2Q + 2500 \text{ (3 балла)}$$

Определим функцию прибыли:

$$\pi(Q) = TR - TC = 100 \cdot Q - Q^2 - 2Q - 2500 = -Q^2 + 98Q - 2500 \text{ (2 балл)}$$

Определим максимум функции прибыли; эта функция имеет вид параболы с ветвями, направленными вниз, значит ее максимум находится в вершине параболы:

$$x = \frac{-b}{2a} \rightarrow Q_{\max \pi} = \frac{-98}{-2} = 49$$

Альтернативно, условие максимизации прибыли достигается, если предельная выручка равна предельным издержкам:

$$MC = MR \text{ (1 балл)}$$

$$MC = TR' = 2Q + 2$$

$$MR = TR' = 100$$

$$2Q + 2 = 100$$

$$Q = \frac{100-2}{2} = 49 \text{ (2 балла)}$$

Найдем максимум прибыли:

$$\pi(49) = -49^2 + 98 \cdot 49 - 2500 = -99$$

Ответ: 0, фирма не будет производить магниты, так как это экономически не выгодно. (2 балла)

Б) В этом случае, совокупные издержки равны:

$$TC(Q) = Q^2 + 2Q + 2400 \text{ (2 балла)}$$

Функция прибыли равна:

$$\pi(Q) = TR - TC = -Q^2 + 98Q - 2400$$

Из предыдущего пункта – прибыль максимальна при $Q = 49$:

$$\pi(49) = -49^2 + 98 \cdot 49 - 2500 = 1$$

Ответ: 49 (3 балла)

Задача 3. (11 баллов)

Федор, устав от соседства в родном доме, решает приобрести квартиру. Пока Федор проживает с родителями, он может откладывать на покупку квартиры 50 тыс. рублей в месяц. Стоимость однокомнатной квартиры на текущий момент составляет 2,4 млн. рублей, однако ее стоимость увеличивается на 5% каждый год, в начале каждого года. Федор рассматривает открыть срочный накопительный вклад с доходностью 2% в год сроком на 5 лет, проценты на который будут начислены по истечению срока вклада (проценты начисляются на сумму вклада в конце каждого года оставшегося срока).

А) Когда Федор сможет переехать в новую квартиру?

Б) Сколько будет стоить квартира к этому времени?

Решение:

А) Составим систему:

Стоимость квартиры: $S(t) = 3\,000\,000 \cdot 1,05^t$, где t – количество лет **(1 балл)**

Накопления: $P(t) = 50\,000 \cdot 12 \cdot t = 600\,000 \cdot t$

Срочный вклад:

Сумма вклада

I) $50\,000 \cdot 12 = 600\,000$

II) $600\,000 \cdot 1,02 + 600\,000 = 1\,212\,000$

III) $1\,212\,000 \cdot 1,02 + 600\,000 = 1\,836\,240$

IV) $1\,836\,240 \cdot 1,02 + 600\,000 = 2\,472\,965$

V) $2\,472\,965 \cdot 1,02 + 600\,000 = 3\,122\,424$ **(3 балла)**

Стоимость квартиры через 5 лет:

$$S(5) = 2\,400\,000 \cdot 1,05^5 \approx 2\,400\,000 \cdot 1,276 = 3\,062\,400 \text{ (3 балла)}$$

Т.е. по истечении срока вклада, квартиру приобрести можно.

Найдем, когда накопятся деньги без вклада:

$$600\,000 \cdot t = 2\,400\,000 \cdot 1,05^t$$

$$t = 4 \cdot 1,05^t$$

Проверим, при $t = 5$:

$$5 = 4 \cdot 1,05^5$$

$$1,2 < 1,05^5 = 1,276$$

Очевидно, что в случае без вклада за его срок накопить сумму не получится.

Тогда, квартиру удастся купить по истечении срока вклада – 5 лет.

Ответ: через 5 лет (2 балла)

Б)

Стоимость квартиры: $S(t) = 2\,400\,000 \cdot 1,05^t$, где t – количество лет

$$S(5) = 3\,000\,000 \cdot 1,05^5 \approx 2\,400\,000 \cdot 1,276 = 3\,062\,400 \text{ (2 балла)}$$

Ответ: около 3 062 400 руб.

Задача 4. (11 баллов)

Средние переменные издержки производства единицы товара X составляют 1 руб. не зависимо от выпуска. Спрос на рынке представлен в таблице:

Объем спроса Q	Цена P
500	30
1000	15
1500	10
2000	5
2500	2,5
3000	1
3500	0,5

Определите:

А) Сколько товара будет продано и по какой цене, если на рынке присутствует совершенная конкуренция;

Б) Какую прибыль получит фирма, если она монополист на рынке.

Решение:

А) Условие максимизации прибыли на рынке совершенной конкуренции:

$$MR = MC, \text{ (1 балл)}$$

Где: MR – предельная выручка, MC – предельные издержки.

Причем, в условии рынка совершенной конкуренции, предельная выручка равна P, т.е.:

$$P = MC \text{ (3 балла)}$$

По условию задачи: средние переменные издержки на единицу товара равны 1, а значит, что MC = 1 и, тогда P = 1. При P = 1, Q = 3000.

Ответ: P = 1, Q = 3000. (2 балла)

Б) Функция прибыли имеет следующий вид:

$$\pi = TR - TC = P_i Q_i - 1 \cdot Q_i, \text{ (2 балла)}$$

Где: P_i, Q_i – значения цены и количества товара в i-ой строчке таблицы.

Найдем прибыль при различных значения Q и P:

$$\pi_1 = 30 \cdot 500 - 500 = 14500$$

$$\pi_2 = 15 \cdot 1000 - 1000 = 14000$$

$$\pi_3 = 10 \cdot 1500 - 1500 = 13500$$

$$\pi_4 = 5 \cdot 2000 - 2000 = 8000$$

$$\pi_5 = 2,5 \cdot 2500 - 2500 = 6250$$

$$\pi_6 = 3000 - 3000 = 0$$

$$\pi_5 = 0,5 \cdot 3500 - 3500 = -1750$$

Как видно, максимальная прибыль составила 14500. **(3 балла)**

Ответ: 14500